МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Кафедра систем штучного інтелекту



Лабораторна робота №1

З курсу “ **Дискретна математика для систем штучного інтелекту** ”

Виконав:  
ст.гр. КН-110

Бурак Марко

Львів – 2018

**Тема:**

”Моделювання основних логічних операцій”

Мета роботи:

Ознайомитись на практиці із основними поняттями математичної логіки, навчитись будувати складні висловлювання за допомогою логічних операцій та знаходити їхні істинностні значення таблицями істинності, використовувати закони алгебри логіки, освоїти методи доведень.

* 1. Основні поняття математичної логіки.

Просте висловлювання (атомарна формула, атом) – це розповідне речення, про яке можна сказати, що воно істинне (T або 1) або хибне (F або 0), але не те й інше водночас. Складне висловлювання – це висловлювання, побудоване з простих за допомогою логічних операцій (логічних зв’язок). Найчастіше вживаними операціями є 6: заперечення (читають «не», позначають ¬, – ), кон’юнкція (читають «і», позначають ∧ ), диз’юнкція (читають «або», позначають ∨ ), імплікація (читають «якщо ..., то», позначають ⇒ ), альтернативне «або» (читають «додавання за модулем 2», позначають ⊕ ), еквівалентність (читають «тоді і лише тоді», позначають ⇔ ). Запереченням довільного висловлювання Р називають таке висловлювання ¬P , істиносне значення якого строго протилежне значенню Р. Кон’юнкцією або логічним множенням двох висловлювань P та Q називають складне висловлювання P Q, яке набуває істинного значення тільки в тому випадку, коли істинні обидві його складові. Диз’юнкцією або логічним додаванням двох висловлювань P та Q називають складне висловлювання P Q, яке набуває істинного значення в тому випадку, коли істинною є хоча б одна його складова. Імплікацією двох висловлювань P та Q називають умовне висловлювання «якщо P, то Q» (P ⇒ Q), яке прийнято вважати хибним тільки в тому випадку, коли передумова (антецедент) P істинна, а висновок (консеквент) Q хибний. У будь-якому іншому випадку його вважають істинним. Альтернативним “або” двох висловлювань P та Q називають складне висловлювання P ⊕ Q, яке набуває істинного значення тоді і лише тоді, коли P та Q мають різні логічні значення, і є хибним в протилежному випадку. Еквіваленцією ∧ ∨ 2 двох висловлювань P та Q називають складне висловлювання P ⇔ Q, яке набуває істинного значення тоді і лише тоді, коли P та Q мають однакові логічні значення, і є хибним в протилежному випадку, тобто логічно еквівалентні складні висловлювання – це висловлювання, які набувають однакових значень істинності на будь-якому наборі істиносних значень своїх складових. Тавтологія – формула, що виконується у всіх інтерпретаціях (тотожно істинна формула). Протиріччя – формула, що не виконується у жодній інтерпретації (тотожно хибна формула). Формулу називають нейтральною, якщо вона не є ні тавтологією, ні протиріччям (для неї існує принаймні один набір пропозиційних змінних, на якому вона приймає значення Т, і принаймні один набір, на якому вона приймає значення F). Виконана формула – це формула, що не є протиріччям (інакше кажучи, вона принаймні на одному наборі пропозиційних змінних набуває значення Т)..

1.2Предикати і квантори.

Закони логіки першого ступеня Предикат – це твердження, яке містить змінні та приймає значення істини чи фальші залежно від значень змінних; п-місний предикат – це предикат, що містить п змінних х1,..., хп. Квантор - логічний оператор, що перетворює будь-який предикат на предикат меншої місності, зв'язуючи деякі змінні початкового предиката. Вживаються два квантори: узагальнення (універсальний) (позначається ) та приналежності (екзистенціальний) (позначається ). Для будь-якого предиката Р(х) вирази читаються як «всі x мають властивість Р(х)» та «існує (бодай один) х, що має властивість Р(х)» відповідно. Перехід від P(x) до х P(x) або х P(x) називають зв’язуванням предметної змінної х, а саму змінну х – зв’язаною (заквантованою). Незв’язану змінну називають вільною. У виразах х P(x) або х P(x) предикат належить області дії відповідного квантора. Формулу, що не містить вільних змінних, називають замкненою. Якщо D={a1,..., aп} – скінченна предметна область змінної х у предикаті P(x), то можна скористатись логічними еквівалентностями х P(x)= ( ) ... ( ) P a1 ∧ ∧ P an та х P(x)= ( ) ... ( ) P a1 ∨ ∨ P an . Обчислення предикатів, у якому квантори можуть зв’язувати лише предметні змінні, але не можуть зв’язувати предикати, називають обчисленням першого порядку. Обчислення, у яких квантори можуть зв’язувати не лише предметні змінні, але й предикати, функціональні символи чи інші множини об’єктів, називають обчисленнями вищих порядків. Основні закони логіки першого ступеня (логіки предикатів): 1. ¬(∀xP(x)) = ∃x(¬P(x)),∀xP(x) = ¬∃x(¬P(x)). 2. ¬(∃xP(x)) = ∀x(¬P(x)), ∃xP(x)) = ¬∀x(¬P(x)). 3. ∀x(P(x) ∧Q(x)) = ∀xP(x) ∧∀xQ(x). ∀ ∃ ∀ ∃ ∀ ∃ 4 4. ∃x(P(x)∨ Q(x))= ∃xP(x)∨ ∃xQ(x) 5. ∀x(P(x)∧ Q)= ∀xP(x)∧ Q . 6. ∀x(P(x)∨ Q)= ∀xP(x)∨ Q 7. ∃ x ( P ( x ) ∧ Q ) = ∃ x P ( x ) ∧ Q. 8. ∃ x ( P ( x ) ∨ Q ) = ∃ x P ( x ) ∨ Q. 9. ∀ x ∀ y P ( x, y ) = ∀ y ∀ x P ( x, y ). 10. ∃ x ∃ y P( x, y ) = ∃ y ∃ x P( x, y ). 11. ∀xP(x) = ∀tP(t), ∃xP(x) = ∃tP(t). 12. ∀xP = P, ∃xP = P. Випереджена нормальна форма – формула, записана у вигляді Q1x1Q2x2...QnxnM, де кожне Qixi (i = 1,2,...,n) – це ∀xi або ∃xi , а формула M не містить кванторів. Вираз Q1x1...Qnxn називають префіксом, а M – матрицею формули, записаної у випередженій нормальній формі. 1.4. Методи доведень При доведенні теорем застосовують логічну аргументацію. Доведення в інформатиці – невід’ємна частина перевірки коректності алгоритмів. Необхідність доведення виникає, коли нам потрібно встановити істинність висловлювання виду (P ⇒ Q ). Існує декілька стандартних типів доведень. 1. Пряме міркування. Допускаємо, що висловлювання Р істинне і показуємо справедливість Q. Такий спосіб доведення виключає ситуацію, коли Р істинне, а Q хибне, оскільки саме в цьому і лише в цьому випадку імплікація P ⇒ Q набуває хибного значення (див. табл. 1.1). 2. Обернене міркування. Допускаємо, що висловлювання Q хибне і показуємо помилковість Р. Фактично прямим способом перевіряємо істинність імплікації ( ¬ Q ¬ P), що згідно з прикладом 1.5 (правилом контрапозиції) логічно еквівалентне істинності вихідного твердження (P ⇒ Q ). 3. Метод «від протилежного». У допущенні, що висловлювання Р істинне, а Q хибне, використовуючи аргументоване міркування, одержимо протиріччя. Цей спосіб заснований на тому, що імплікація (P ⇒ Q) набуває хибного значення лише тоді, коли Р істинне, а Q хибне. 4. Принцип математичної індукції – це така теорема: ⇒ 5 Теорема. Нехай Р(п) – предикат, визначений для всіх натуральних п. Допустимо, що 1) Р(1) істинне і 2) k ≥ 1 імплікація (P(k) ⇒ P(k+1)) є вірною. Тоді Р(п) істинне при будь-якому натуральному п.

**Варіант № 4**

1.Формалізувати речення. Якщо 2 – просте число, то це найменше просте число, якщо 2 – найменше просте число, то 1 не є простим числом; число 1 не є простим числом, отже 2 – просте число.

P-просте число

Q-найменше просте число

x=2

y=1

P;Q предикати

1. Побудувати таблицю істинності для висловлювань: Тавтологія

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | z |  | (x |  |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

1. . Побудовою таблиць істинності вияснити чи висловлювання є тавтологіями або суперечностями:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | r |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 0 | 1 |
| 1 | 1 |
| 1 | 1 |
| 1 | 1 |
| 0 | 1 |
| 1 | 1 |
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |

*2.*

*3.*

*4.*

*5.*

Висловлювання є виконуваним, не є тавтологією, не є суперечністю

4.

Показати чи висловлювання є тавтологією чи ні

Підемо від суперечного способу,

Припустимо що це є суперечність, тоді 1 частина має бути True, а друга False, єдиний випадок, коли суперечність при імплікації.

2 частина:

=F Тоді r=F і s=F

Якщо 1 частина=T,і кожен з виразів додається через кон’юнкцію, з цього можна зробити висновок, що кожен вираз = True

Підставляємо значення p 2 в 1 частину

r=False,а таке можливо лише коли p=False

s=False,те саме, q=False

І останній вираз ,з цього випливає,що p= true або q= true, або p і q =True, що не відповідає минулим значень, тому твердження про суперечність є хибним, у всіх інших випадках це Тавтологія. Отже, ми довели, що це висловлювання є Тавтологія.

5.Довести чи формула є еквівалентною

*1 частина*

*=)=*

*=*

*=*

*2 частина*

У 1 виразі можна побачити що атом r не поглинається, а у 2 виразі атома r немає, тому можна

Зробити висновок, що ці вирази не є еквівалентними.

#include<stdio.h> //libraries

int main()

{

int x,y,z; //variables

//scanning and memorizing variables that we printed

printf("print x");

scanf("%d",&x);

printf("print y");

scanf("%d",&y);

printf("print z");

scanf("%d",&z);

//cycles for different options

if((x==0)&&(y==0)&&(z==1))

{printf("1\n");}

else if ((x==1)&&(y==1)&&(z==1))

{printf("1\n");}

else if ((x==1)&&(y==1)&&(z==0))

{printf("1\n");}

else if ((x==1)&&(y==0)&&(z==0))

{printf("1\n");}

else if ((x==0)&&(y==1)&&(z==1))

{printf("1\n");}

else if ((x==0)&&(y==1)&&(z==0))

{printf("1\n");}

else if ((x==1)&&(y==0)&&(z==1))

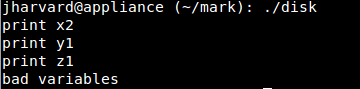
{printf("1\n");}

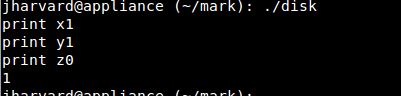
else if ((x>1)||(x<0)||(y>1)||(y<0)||(z>1)||(z<0))

//option when any of the numbers is out of the massive [0;1]

{printf("bad variables\n");}

}





**Висновки:**

Я навчився будувати складні висловлювання за допомогою операцій та навчився будувати таблиці логічності, зумів зрозуміти як працюють атоми при різних операторах знаходити їхні значення при різних інтерпретаціях атомів.